**第6讲 二元一次方程组的解法**

**课前检测**

1.用代入法解方程组较简单的变形是( ).

A.先把①变形 B.先把②变形

C.可以先把①变形，也可以先把②变形 D.把①②同时变形

答案：A

2.解方程组用加减法消去*y*，需( ).

答案：C

3.二元一次方程组的解是( ).

答案：A

4.若关于*x*，*y*的二元一次方程组的解也是二元一次方程2*x*+3*y*=6的解，则*k*的值为( ).

A.

答案：B [提示]解方程组得把它代入方程2*x*+3*y*=6得8*k*=6，解得

5.方程组的解*x*、*y*的值互为相反数，则*k*的值为( ).

A.0 B.2 C.4 D.6

答案：B

6.(1)若二元一次方程组的解为则*a*-*b*=( ).

(2)若关于*x*，*y*的方程组的解是则|*m*-*n*|为( ).

A.1 B.3 C.5 D.2

答案：(1)C；(2)D [提示](1)先将方程组整理化简为运用加减消元法解得即所以(2)将代入方程组，得解得则|*m*-*n*|=2.

7.若|*x*+*y*-5|+(*x*-*y*-9)2=0，则*x*，*y*的值分别是( ).

A.-2，7 B.7，-2 C.-7，2 D.2，-7

答案：B

8.解下列二元一次方程组：

(1) (2) (3)

**知识梳理**

**1.二元一次方程组的常规解法，是代入消元法和加减消元法.**

这两种方法都是从“消元”这个基本思想出发，先把“二元”转化为“一元”，把解二元一次方程组的问题归结为解一元一次方程，在“消元”法中，包含了“未知”转化到“已知”的重要数学化归思想.

代入法四字诀：“求代数式，代入消元，回代求解，最后总结”；

加减法四字诀：“变换系数，加减消元，回代求解，最后总结”．

(2)解二元一次方程组时常出现的错误有：①求解不完整，只求出一个未知数的值就认为解完了；②将两个方程相减时容易弄错符号；③方程两边同乘一个不等于零的数时，容易漏乘某项.

**2.灵活消元**

(1)整体代入法

(2)逆向代入法(或称常数代换法、先消常数法)

(3)设参代入法

(4)换元法

(5)简化系数法

**3.解含有绝对值的二元一次方程组**

在解二元一次方程组时，要观察方程组中每个方程的未知数系数的特点.若其中一个方程较容易用一个未知数表示出另一个未知数，便用代入法；若两个方程(或作适当变形)同一个未知数的系数相同或相反，便用加减法.对于由非整系数方程组成的方程组，应先整理成整系数方程，再视其系数特点选择适当的解法.

**4.“三个未知数，两个方程”的解法**

“三个未知数，两个方程”一般不能求出未知数的值，但可以求出它们之间的关系，也就是选定一个未知数，用含有它的代数式表示另两个未知数，如果没有常数项，可以求它们的比.

**专题讲解析**

**专题1：整体代入法**

**例1：解下列方程组：**

(1) (2)

(3) (4).

(2) 解方程组由①得2*x*-3*y*=2③，将③代入②得解得*y*=4，再将*y*=4代入③得2*x*-3×4=2，解得*x*=7，故方程组的解为这种整体代入的方法显然比常规方法简单得多，但无论是哪一种方法进行代入消元，都应该达到同一个目的——消元.

(3) [解析]把*x*-2和*y*-1看成一个整体，运用整体代入法求解.

[答案]把①代入②，得4(*y*-1)=5-(*y*-1)，解得*y*=2.

把*y*=2代入①，得*x*-2=2×(2-1)，解得*x*=4.

所以原方程组的解为

(4) http://zhenyuan.sdedu.net/RESOURCE/CZ/CZSX/DGJC2/DS1/EYYCFC/JF/_OLE3959.JPG

　　视3(x-1)、(y-1)为“元”，将①整体代入②，得5(y-1)=(y-1)+6+18．化简，得 y-1=6，

　　 ∴y=7．

　　 又将y-1=6代入①，得x-1=4，故x=5．

http://zhenyuan.sdedu.net/RESOURCE/CZ/CZSX/DGJC2/DS1/EYYCFC/JF/_OLE3960.JPG

**专题2：逆向代入法(或称常数代换法)**

**例2：**解方程组

　　特点：两个方程的常数项中均有数字2800出现．

　　解：将①逆向代入②，得

　　96%·*x*+64%·*y*=(*x*+*y*)×92%．

　　 即*x*=7*y*． ③

　　 将③代入①，得*y*=350，从而*x*=2450．

http://zhenyuan.sdedu.net/RESOURCE/CZ/CZSX/DGJC2/DS1/EYYCFC/JF/_OLE3962.JPG

**专题3：设参代入法**

**例3：**解方程组

http://zhenyuan.sdedu.net/RESOURCE/CZ/CZSX/DGJC2/DS1/EYYCFC/JF/_OLE3964.JPG

http://zhenyuan.sdedu.net/RESOURCE/CZ/CZSX/DGJC2/DS1/EYYCFC/JF/_OLE3965.JPG

http://zhenyuan.sdedu.net/RESOURCE/CZ/CZSX/DGJC2/DS1/EYYCFC/JF/_OLE3966.JPG

　　说明：方程以比例(或可化为比例)的形式出现时，可引入辅助参数消元．

**专题4：换元代入法**

运用换元法求二元一次方程组的解，就是将一个复杂的二元一次方程组转化为形式简单的二元一次方程组，再运用加减法解二元一次方程组.对于一个较复杂的二元一次方程组，除了用换元法外还可以将原方程组去分母，去括号，移项，合并同类项后得一般形式的方程组，再利用加减消元法进行求解，不过这种方法比较麻烦.

**例4：**解方程组：(1) (2)

[解析]方程①是两个分数相减等于某个数的形式，方程②是这两个分数相加等于某个数的形式，并且这两个分数形式是比较复杂的.所以我们可以先用两个简单字母代替，求解后，再组成两个新方程组进行求解.

[答案]设则原方程组可化为解这个方程组，得

所以解得

所以原方程组的解为

说明：当方程组中某个代数式重复出现时，可用换元代入法简化运算．

**专题3：整体思想解二元一次方程组**

在研究某些数学问题时，往往不是以问题的某个组成部分为着眼点，而是有意识地放大考查问题的视角，将要解决的问题看作一个整体，通过研究问题的整体形式、整体结构或整体处理后，达到顺利而又简捷地解决问题的目的，这就是整体思想.解题时，注意观察方程组的特点，灵活运用方程组变形技巧来进行处理.

规范解答

令则原方程组变为解得则有从而解得

解后反思

观察此题注意到都是以整体的形式出现，只需分别求出它们的值，就可以解出这个分式方程.考虑去分母较为烦琐，故利用整体化思想，可以采用换元的办法解方程组：令则原方程组就转化为一个较为普通的二元一次方程组了，先求出*a*、*b*的值，再解出*x*、*y*即可.

**例5：**已知关于*x*，*y*的方程组的解为求关于*x*，*y*的方程组的解.

[解析]如果用一般方法来解答此题，很难求解，观察发现，两方程的系数相同，只是未知数的呈现方式不同，如果我们把*x*-*y*，*x*+*y*看作一个整体，则两个方程同解.

[答案]方程组的解仅仅与未知数的系数有关，与未知数选用什么字母无关，

因此把(*x*-*y*)与(*x*+*y*)分别看成一个整体当作未知数，可得解得

[点评]本例采取了类比的方法，若把其中的*x*+*y*和*x*-*y*看作整体，则第二个方程组与第一个方程组相同，即*x*+*y*=1，*x*-*y*=3.

**专题5：加减消元法的灵活运用——简化系数法**

**(一)加减改变系数法．**

反复运用“加减法”可使系数较大的方程组转化成系数较小的方程组，达到简化计算的目的.

**例6：**解方程组

[解析]当方程组中未知数的系数和常数项较大时，注意观察其特点，不要盲目地利用加减法或代入法进行消元，可利用反复相加或相减得到系数较小的方程组，再求解.

[答案]由①-②，得*x*-*y*=1，③

由①+②，得*x*+*y*=5，④

将③④联立，得

解得即原方程组的解为

[点拨]此方程组属于型，其中|*c*1-*c*2|=*k*|*a*-*b*|，|*c*1+*c*2|=*m*|*a*+*b*|，*k*，*m*为整数.因此这样的方程组通过相加和相减可得到型方程组，显然后一个方程组容易求解.

**例7：解下列方程组：**

(1) (2)

(3) (4)

　　(1)特点：两个方程中的两个未知数的系数正好对调，故可将两方程先相加减，转化为x+y、x-y的方程组再消元求解

http://zhenyuan.sdedu.net/RESOURCE/CZ/CZSX/DGJC2/DS1/EYYCFC/JF/_OLE3975.JPG

　　 即x+y=9．(3)

http://zhenyuan.sdedu.net/RESOURCE/CZ/CZSX/DGJC2/DS1/EYYCFC/JF/_OLE3976.JPG

　　 即x-y=-3．(4)

　　解由(3)、(4)组成的方程组，得x=3，y=6．

http://zhenyuan.sdedu.net/RESOURCE/CZ/CZSX/DGJC2/DS1/EYYCFC/JF/_OLE3977.JPG

　　说明：此外，像以下几类情形的方程组也可通过相加或相减简化系数求解．

　　(2)有一个未知数的系数的绝对值相差1的；

　　(3)一个未知数的系数之差(和)等于另一个未知数系数之差(和)的．

**(二)加减消去常数法．**

**例8：解下列方程组：**

(1) (2)

　　(1)特点：未知数z的系数与常数项成比例．

　　 解：(1)×4-(2)×5，得x=0．

　　 把x=0代入①，得z=5．

http://zhenyuan.sdedu.net/RESOURCE/CZ/CZSX/DGJC2/DS1/EYYCFC/JF/_OLE3981.JPG

(2)特点：常数项成倍数关系时，可按上例方法求解

**专题6：解含有绝对值的二元一次方程组**

**例9：**解方程组

[解析]解本题的切入点一是把|*x*-1|看成一个整体，二是应用隐含条件2*y*≥0.

[答案]由②，知2*y*≥0，所以*y*≥0.

把②代入①并去绝对值，得2*y*-*y*=6，解得*y*=6.

把*y*=6代入②，得|*x*-1|=12，即*x*-1=±12.解得*x*=13或*x*=-11.

所以当*x*=13时，*y*=6；当*x*=-11时，*y*=6.

所以原方程组的解为

**专题7：“三个未知数，两个方程”的解法**

**例10：**已知求的值.

[解析]本题不能直接求出*x*、*y*、*z*的值，这时可以把其中一个未知数当成一个常数，然后用含这个未知数的代数式去表示另外两个未知数.

[答案]解关于*x*、*z*的二元一次方程组解得

所以

**同步训练**

1.解下列方程组：

(1) (2)

(3) (4)

(5) (6)

(1)

(3) [解析]方程①及②中均含有2*x*+3*y*，可用整体思想解.由①得2*x*+3*y*=2，代入②中，可先求出*y*，进而求出*x*.

[答案]由①得2*x*+3*y*=2，③

把③代入②，得

解得*y*=-4.

把*y*=-4代入①得*x*=7

(5)令，则原方程组化为

先解得再解得

(6)[解析]方法一：先化简，再利用加减法；方法二：利用整体思想，把*x*+1，*y*-1分别看成一个整体求解；方法三：用换元法来解.

[答案]方法一：原方程组可化为

由②-①，得10*y*=20，∴*y*=2.

把*y*=2代入①，得

∴原方程组的解为

方法二：

由①+②得4(*x*+1)+4(*y*-1)=30.

即2(*x*+1)+2(*y*-1)=15.③

由③-①得5(*y*-1)=5，∴*y*=2.

把*y*=2代入③，得

∴原方程组的解为

方法三：设*A*=*x*+1，*B*=*y*-1，

则原方程组可变形为

由②-①得10*B*=10，*B*=1.

把*B*=1代入①，得

[点评]后两种方法中，是根据方程组中*x*+1，*y*-1整体出现而采用的整体代入法和换元法，从而达到简化目的.

2.解下列方程组：

(1) (2) 

(3) (4) 

(5) (6) 

答案：(1)

3.已知方程组的解是则的解是\_\_\_\_\_\_.

答案：

4. 解方程组：

解 令，.

则原方程组化为

由①，②，得

由③④，得，.

把代入①，得.

所以，

可得，   

所以，原方程组的解是   

5.已知则*x*∶*y*∶*z*=\_\_\_\_\_\_.

答案：8∶7∶3 [提示]解关于*x*、*y*的方程组，得所以*x*∶*y*∶*z*=8∶7∶3.

**跟踪训练**

1.方程组的解是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

2．解下列方程组：

(1) **** (2) 21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站

(3) **** (4)

(5)  (6) 

(1) (2)  (3) 

(4) [答案]令则原方程组可化为

①×4+②，得13*m*=13，所以*m*=1.

把*m*=1代入①，得*n*=1，即.解得

所以原方程组的解为

3．解下列方程组：

(1) **** (2) 

(3) ( 其中为常数) (4) ****

(5) (6) 

(1)解：(3) 解：(4)解：

4.解方程组： 5.解方程组：

答案：无解. 答案：